

PER PROGETTO PRISMA

Come promesso nel sito della scuola Vi ho inserito le parti fondamentali introdotte nei corsi di Fisica, Elettronica e Disegno.

Lo schema degli appunti è semplice, come richiesto da Voi stessi, ossia poca teoria e più esercizi guidati. Gli esercizi svolti fungono da guida alle vostre esercitazioni.

Un saluto e un augurio di buone ferie a tutti Voi.

Delucca Ing. Diego

Ricordo che i moduli di **Fisica** sono **4**:

Mod 1 Sistemi di unità di misura ed errori di misura;

Mod 2 Meccanica;

Mod 3 Energia, lavoro e potenza;

Mod 4 Termodinamica.

Per quanto riguarda Elettronica i moduli effettuati sono 2:

Mod 1 L'elettrotecnica in regime continuo;

Mod 2 L'elettrotecnica in regime alternato.

FISICA

La Fisica è la scienza che studia i fenomeni naturali, i fenomeni che possono essere direttamente osservati dall'uomo.

Il Modulo 1 presenta il Sistema Internazionale e gli errori di misura.

Perché si è iniziato da qui ?

La risposta è semplice. In un mondo completamente globalizzato è necessario che tutti i tecnici misurino le grandezze all'interno di un sistema universalmente accettato. Il Sistema Internazionale o S. I, (estensione del sistema M K S di Giorgi), è adatto a questo scopo. Se Noi operiamo all'interno di questo Sistema siamo compresi da Tutti. In altri termini, qualunque sia la Nazione in cui si opera il Sistema Internazionale viene accettato e compreso.

Abbiamo visto che il Sistema Internazionale è caratterizzato da **7** grandezze fondamentali. Però, i primi concetti che voglio introdurre, in questo corso serale, sono legate al tipo di **GRANDEZZE**, con cui noi possiamo avere a che fare. In altri termini le grandezze con cui noi possiamo avere a che fare, sono di due tipi: le grandezze SCALARI e le grandezze VETTORIALI.

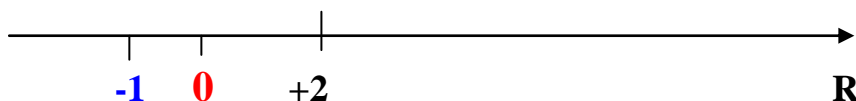
Le grandezze **SCALARI** sono univocamente rappresentate da un numero, **REALE**; ad esempio se dicessi: " OGGI la temperatura è di 18°C ", tutti capirebbero il significato di tale affermazione. Pertanto la temperatura è una grandezza **SCALARE**, come ad esempio il **LAVORO**, **l'ENERGIA**, ecc.

Gli esempi precedenti sono tutti esempi di grandezze **SCALARI**.

Perché si parla di grandezze scalari?

Questo perché tutti i numeri REALI sono rappresentati dai punti di una retta orientata, ed essi sono per l'appunto rappresentati secondo un certo ORDINE o una certa SCALA, (una volta che si sia fissata l'unità di misura).

In altri termini i punti di una retta sono in corrispondenza biunivoca con i numeri REALI e viceversa, ogni punto di detta retta rappresenta un numero REALE. Inoltre, in detta retta si pone lo ZERO, ossia l'elemento che separa i numeri negativi da quelli positivi. VEDI FIGURA:

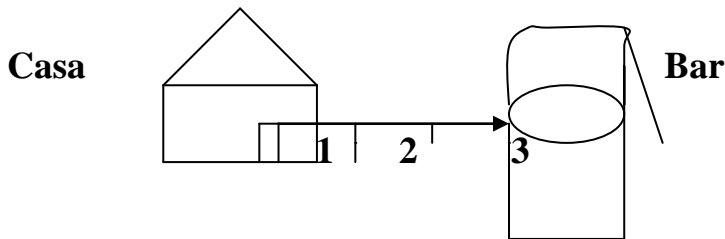


Le grandezze VETTORIALI si possono univocamente caratterizzare se vengono fornite tre informazioni: **MODULO, DIREZIONE e VERSO.**

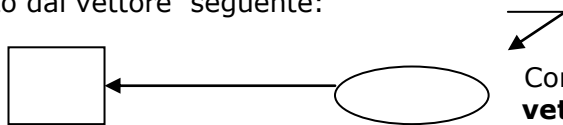
Esse vengono rappresentate da delle frecce, come in questo esempio:

la lunghezza determina il MODULO o il VALORE NUMERICO, la RETTA esprime la DIREZIONE, e la punta della freccia ci indica il VERSO seguito nella DIREZIONE. Facciamo un esempio con cui chiarire il concetto, rivolgendoci ad una grandezza sicuramente VETTORIALE, quale lo SPOSTAMENTO. Supponiamo che un signore si sposti per tre chilometri da casa sua, a CASALECCHIO, al proprio Bar, a BOLOGNA. La strada PORRETTANA esprime la DIREZIONE, poi TRACCIO UNA FRECCIA, di tre CENTIMETRI, che mi esprima in proporzione il valore dello spostamento effettuato, (ciò è ovvio, perché NON POSSO tracciare su un foglio, o su una lavagna, una freccia lunga tre chilometri), infine il SENSO è quello che porta, il nostro signore da casa sua al Bar, e non il contrario, e ciò costituisce il VERSO.

RAPPRESENTIAMO quanto detto graficamente:



Lo spostamento opposto, cioè quello che porta detto signore dal Bar a Casa sua, sarebbe caratterizzato dal vettore seguente:



Come si può osservare questo è il **vettore opposto al precedente.**

LE GRANDEZZE FONDAMENTALI DEL S.I

A questo punto possiamo esprimere il modo con cui misuriamo le GRANDEZZE FISICHE. Come abbiamo già detto Noi ci riferiamo al **SISTEMA INTERNAZIONALE, O S.I** ossia salvo comunicazioni diverse NOI ci riferiremo sempre ad esso.

Nel SISTEMA INTERNAZIONALE le **grandezze fondamentali** sono:

| | |
|--|--|
| { | lunghezza L , che si misura in metri , SIMBOLO = m ; |
| | massa M , che si misura in Chilogrammi(m) SIMBOLO = Kg ; |
| | tempo t , che si misura in secondi , SIMBOLO = s ; |
| | temperatura , che si misura in gradi KELVIN SIMBOLO = K ; |
| | intensità di corrente , che si misura in AMPERE SIMBOLO = A ; |
| | intensità luminosa , che si misura in Candela SIMBOLO = Cd ; |
| quantità di sostanza , che si misura in mole SIMBOLO = mole . | |

Tutte le grandezze fondamentali si misurano per mezzo delle unità di misura fondamentali. Ciascuna di esse è caratterizzata da una definizione, e da un CAMPIONE, conservati negli appositi MUSEI dei PESI e delle MISURE.

Inoltre, tutte le altre grandezze, ottenute da combinazioni opportune delle grandezze fondamentali, costituiscono le GRANDEZZE DERIVATE; ovviamente le grandezze derivate si misurano mediante le **unità di misura DERIVATE, ESEMPI:**

AREA = LUNGHEZZA . LUNGHEZZA, ed essa nel S.I si misura in m^2 , mentre un VOLUME si po' pensare come LUNGHEZZA . LUNGHEZZA . LUNGHEZZA, o anche come AREA per LUNGHEZZA, pertanto nel S.I si misura in m^3 .

La VELOCITA' si esprime come rapporto fra spazio e tempo, e quindi si misura in m / s. Infine la

FORZA è = MASSA.ACCELERAZIONE \rightarrow si misurano in $Kg.m/s^2$; ed essa si indica col nome di **NEWTON**,

simbolo = **N**.

Il LAVORO si esprime come: FORZA.SPOSTAMENTO, ossia

\Rightarrow $Kg.m^2/s^2 = N.m$, ma il **N.m** si dice **JOULE**, SIMBOLO **J**.

Pertanto il LAVORO si misura in **J = Joule**.

Come ultimo esempio possiamo considerare la POTENZA, intesa come il LAVORO, diviso il TEMPO impiegato ad effettuarlo, cioè:

LAVORO / TEMPO \rightarrow **JOULE / SECONDO**,

ed il joule / secondo si indica col nome di **WATT**, SIMBOLO **W**.

L'ultimo concetto, che voglio introdurre inizialmente è il concetto di **CAMPO**.

DEFINIZIONE.

Per CAMPO si intende l'insieme dei valori che può assumere una certa grandezza fisica, in una certa zona o regione dello spazio.

Come si vede la definizione è del tutto generale; infatti se si tratta di grandezza SCALARE il **CAMPO** sarà detto **CAMPO SCALARE**, se invece la grandezza è vettoriale si parlerà di **CAMPO VETTORIALE**.

Ad esempio, se all'interno di una stanza, valutassi la temperatura, punto per punto, si determinerebbe il campo scalare delle temperature; infatti la temperatura è una grandezza scalare. Mentre, se all'interno di una tubatura volessi determinare la velocità di un fluido, sempre punto per punto, si determinerebbe il campo vettoriale delle velocità. (Infatti la velocità è una grandezza vettoriale).

A questo punto abbiamo visto che è necessario determinare un'**algebra** capace di trattare le operazioni con i vettori.

Come si rappresentano i vettori ?

Quali sono le possibili operazioni con i vettori?

Abbiamo visto in precedenza che il mezzo più rapido per rappresentare un vettore è una freccia. La freccia riassume in sé ciò che ci interessa di una grandezza vettoriale, ossia il modulo, la direzione ed il verso. Certo che la freccia è libera, ossia ha un punto di applicazione qualsivoglia. E' altresì vero che in fisica, spesso, i vettori hanno punti di applicazione ben precisi, anzi l'effetto può essere diverso a seconda del punto in cui esso è applicato, (basti pensare ad una forza; infatti la forza è una grandezza vettoriale con effetti, in termini di moto, distinti a seconda del punto in cui essa viene applicata. Infine, la retta a cui appartiene un vettore prende il nome di **retta d'azione** del vettore.

Le operazioni possibili di una grandezza vettoriale sono: SOMMA, DIFFERENZA, PRODOTTO. Il prodotto è un insieme di diverse operazioni che prevedono:

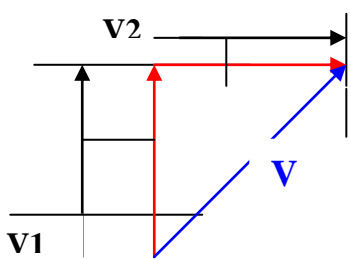
il prodotto di un numero reale per un vettore; il prodotto scalare; il prodotto vettoriale ed infine il prodotto misto, (di cui noi abbiamo fatto solo un cenno).

Prima di illustrare le operazioni indicate ricordiamo due definizioni:

- **due vettori sono uguali quando hanno lo stesso modulo, la stessa direzione e lo stesso verso;**
- **due vettori sono opposti quando hanno lo stesso modulo, la stessa direzione, ma verso discorde.**

SOMMA, DIFFERENZA di due vettori

Supponiamo di dovere sommare questi due vettori: **V1** e **V2**

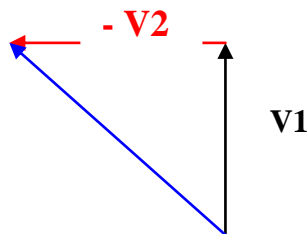


Come si osserva i due vettori sono separati, ma "vettore" in latino significa trasportato, ossia il vettore può scorrere lungo la sua retta d'azione e può essere, rigidamente, spostato secondo piani paralleli. Per sommarli inoltre dovrò agire in modo tale che il secondo estremo del vettore **V1** coincida con il punto di applicazione del secondo vettore o **V2**. Sposto parallelamente sia **V1** che **V2**, (vedi tratto in rosso), ottenendo quanto desiderato, ossia la coincidenza richiesta per eseguire la somma.

Il vettore SOMMA si ottiene con la regola del parallelogramma, o più semplicemente, chiudendo la figura piana, spezzata, ottenuta dagli spostamenti precedenti, (vedi tratto blu). Pertanto il vettore blu rappresenta il vettore somma dei due vettori **V1** e **V2**. Chiameremo tale vettore col nome di vettore risultante **V**.

Per effettuare la differenza fra due vettori basta ammettere che:

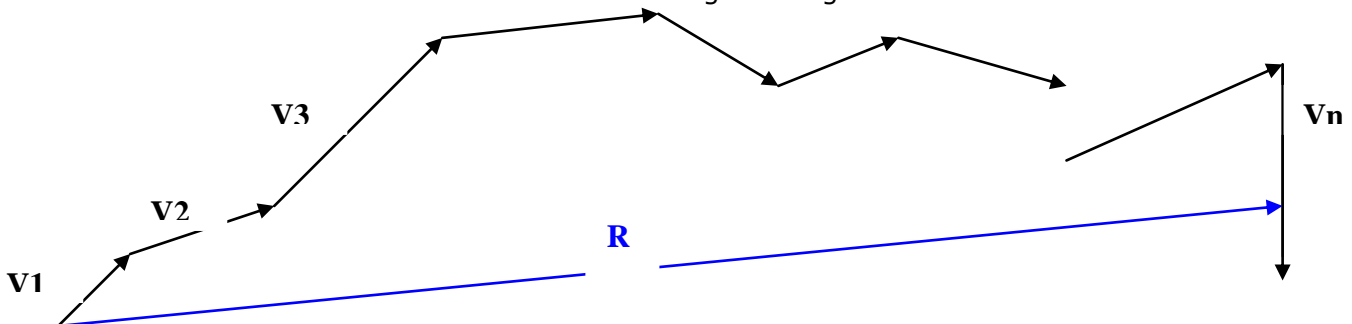
$\mathbf{V1} - \mathbf{V2} = \mathbf{V1} + (-\mathbf{V2})$, in altri termini aggiungo al primo vettore l'opposto del secondo vettore. Impiegando gli stessi vettori del caso precedente, dovrò graficamente operare in questo modo:



Il vettore in blu è il vettore differenza **D** fra i vettori **V1** e **V2**.

Come ci si deve comportare se si deve effettuare una somma di n vettori ?

I vettori devono essere collocati in sequenza, in modo tale da determinare una figura piana, più esattamente una spezzata aperta. Ebbene il vettore che chiude tale spezzata è il vettore risultante cercato. Si osservi attentamente la seguente figura di riferimento:



Infatti, **R** rappresenta il vettore somma dei vettori dati, ossia:

$$\mathbf{R} = \mathbf{V}_1 + \mathbf{V}_2 + \mathbf{V}_3 + \dots + \mathbf{V}_n.$$

PRODOTTO di uno scalare o di un numero reale per un vettore

Tale prodotto si può esprimere nel modo seguente:

$$m \cdot \mathbf{V}.$$

Il prodotto stesso dà luogo ad un vettore \mathbf{W} .

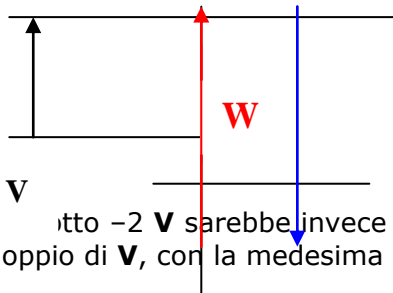
Che caratteristiche ha questo vettore \mathbf{W} ?

Il vettore \mathbf{W} è caratterizzato una volta che ne fissiamo il modulo, la direzione ed il verso.

Il modulo del vettore \mathbf{W} è rappresentato dal prodotto del modulo di m per il modulo di \mathbf{V} , ossia $|m| \cdot V$.

La direzione è concorde a quella del vettore di partenza \mathbf{V} , mentre il verso è concorde con quello di \mathbf{V} se m è un numero reale positivo, discorde se m è un numero reale negativo.

Esempio, sia dato il vettore \mathbf{V} seguente e sia $m = 2$:



in questo caso il vettore \mathbf{W} ha modulo doppio di \mathbf{V} ; la direzione è quella del vettore \mathbf{V} e il verso è il medesimo di \mathbf{V} , in quanto m è un numero positivo.

In definitiva il vettore risultante dal prodotto $2 \cdot \mathbf{V}$ è un vettore doppio di \mathbf{V} , con medesima direzione e verso. \mathbf{W} è dunque il vettore rappresentato in rosso.

Se m fosse invece pari a -2 , il vettore dato dal prodotto $-2 \cdot \mathbf{V}$ sarebbe invece il vettore \mathbf{O} con colore blu, ossia sarebbe un vettore con modulo doppio di \mathbf{V} , con la medesima direzione di \mathbf{V} , ma con verso opposto a quello di \mathbf{V} .

I discorsi fin qui svolti possono essere generalizzati a vettori aventi direzioni qualsivoglia, cioè con direzioni completamente distinte da quelle da me introdotte.

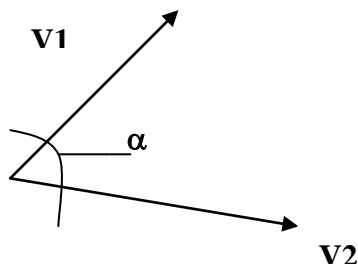
PRODOTTO SCALARE

Il prodotto scalare fra due vettori deve fornire un numero reale o, per l'appunto, uno scalare.

Come si ottiene questo scalare ?

Questo numero reale o questo scalare si ottiene applicando una relazione, ossia il prodotto scalare fra due vettori è un numero reale ottenuto dal prodotto del modulo del primo vettore per il modulo del secondo vettore per il coseno dell'angolo fra essi compreso. In simboli, dati i vettori \mathbf{V}_1 e \mathbf{V}_2 , scriveremo:

$\mathbf{V}_1 \cdot \mathbf{V}_2 = \mathbf{V}_1 \times \mathbf{V}_2 = |\mathbf{V}_1| \cdot |\mathbf{V}_2| \cdot \cos \alpha$, con α angolo compreso fra i due vettori dati, (si veda la figura di riferimento):



Come a lezione vi ho detto il coseno è un operatore o una funzione che lavora sugli angoli. Perciò, noto l'angolo α , è possibile con la calcolatrice calcolarne il suo coseno. Vi ricordo che il valore del coseno è compreso fra, o al massimo eguale a, -1 e $+1$.

PRODOTTO VETTORIALE

Il prodotto vettoriale fra due vettori, determina un **vettore**.

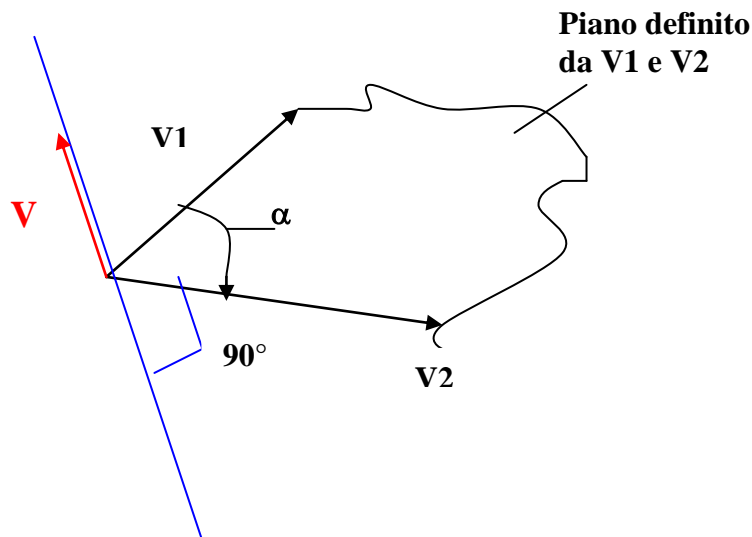
Tale vettore è caratterizzato se si determina il suo modulo, la sua direzione ed il suo verso. In definitiva possiamo scrivere, adottando gli stessi vettori del caso precedente, che: $\mathbf{V1} \wedge \mathbf{V2} = \mathbf{V}$, dove il vettore \mathbf{V} ha per modulo il numero reale ottenuto dal prodotto fra il modulo del vettore $\mathbf{V1}$, per il modulo del secondo vettore $\mathbf{V2}$ per il seno dell'angolo fra essi compreso.

In simboli potremo scrivere: $|\mathbf{V}| = |\mathbf{V1}| |\mathbf{V2}| \text{sen } \alpha$. Anche il seno è una funzione che opera sugli angoli. Assegnato l'angolo, la macchinetta calcolatrice fornisce il valore del seno dell'angolo in questione. Si ricordi che, anche per il seno, vale lo stesso discorso effettuato per il coseno: $-1 \leq \text{sen } \alpha \leq 1$.

Mentre la **direzione** del vettore \mathbf{V} è perpendicolare, (ossia formante un angolo di 90°), con il piano definito dai due vettori $\mathbf{V1}$ e $\mathbf{V2}$.

Il **verso** del vettore \mathbf{V} risulta concorde con quello di avanzamento di un cavatappi fatto ruotare nel senso in cui il primo vettore, ($\mathbf{V1}$), si sovrappone al secondo vettore, (o $\mathbf{V2}$).

Si osservi la seguente rappresentazione, che schematizza quanto detto:



PRODOTTO TRIPLO o MISTO

Come si capisce il prodotto misto coinvolge, contemporaneamente, il prodotto vettoriale ed il prodotto scalare. Simbolicamente tale prodotto ha la forma seguente:

$$\mathbf{V1} \wedge \mathbf{V2} \cdot \mathbf{V3}$$

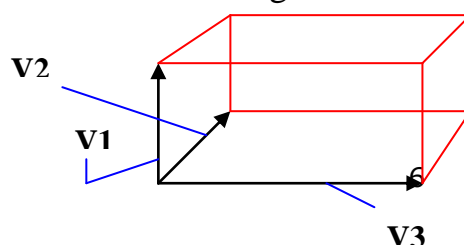
Tale operazione prevede dapprima l'esecuzione del prodotto vettoriale e poi il prodotto scalare.

Perché la sequenza operativa deve essere questa ?

La sequenza deve essere questa poiché, se prima venisse effettuato il prodotto scalare, si otterrebbe un numero che, a sua volta, dovrà essere moltiplicato settorialmente per un vettore. Ma, il prodotto vettoriale di un numero reale per un vettore non ha senso. Pertanto la sequenza operative è quella indicata.

Il risultato sarà certamente un numero reale. **Cosa rappresenta tale numero reale ?**

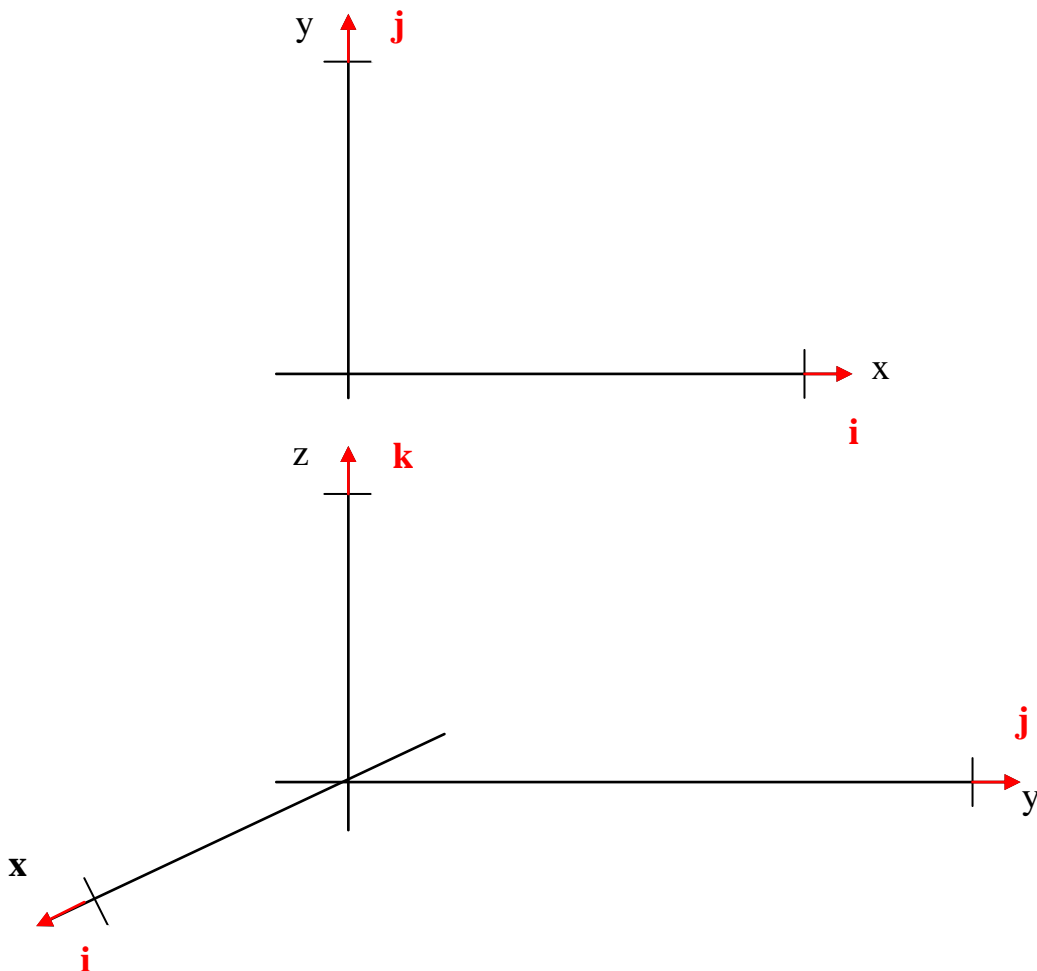
Rappresenta il valore del volume del parallelepipedo avente per spigoli o per lati i tre vettori $\mathbf{V1}$, $\mathbf{V2}$ e $\mathbf{V3}$. Si veda la figura:



E' possibile decomporre un vettore secondo due direzioni fondamentali ?

La risposta risulta affermativa. Allo scopo ho introdotto il concetto di vettore unitario. Un **vettore unitario** è un vettore avente modulo 1 e direzione e verso assegnati. Pertanto un vettore unitario rappresenta, nello spazio, un orientamento, ossia una direzione ed un verso. Spesso questi vettori si indicano col nome di **versori**. I versori sono vettori unitari aventi spesso direzioni e versi assegnati:

ad esempio un piano è caratterizzato dagli assi x e y , ciascuno di essi esprime un orientamento di riferimento. Ebbene, a questi due assi del sistema cartesiano sono associati i due versori principali **\mathbf{i}** e **\mathbf{j}** . Nello spazio gli assi di riferimento sono tre e i versori fondamentali, rappresentanti gli orientamenti corrispondenti, sono quindi **\mathbf{i}** , **\mathbf{j}** e **\mathbf{k}** . Sarà allora, vedi grafici:



Il primo sistema rappresenta il PIANO CARTESIANO, il secondo rappresenta lo SPAZIO CARTESIANO.

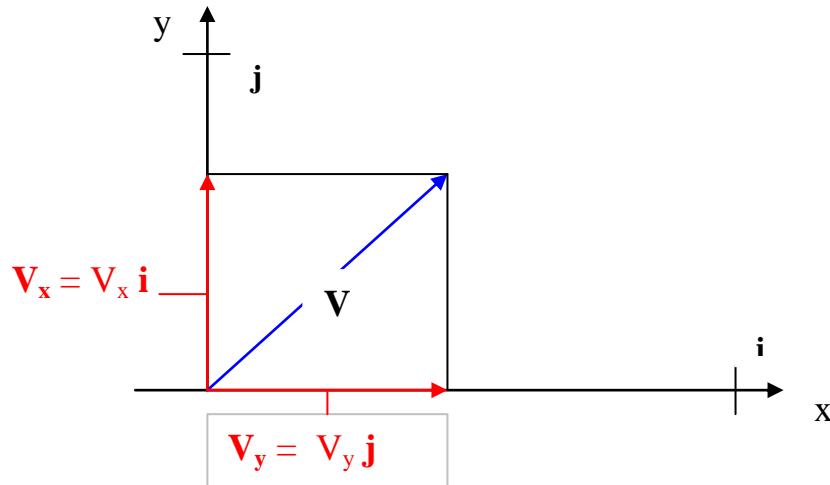
Sorge una domanda:

un vettore nello spazio e nel piano cartesiano è decomponibile secondo vettori aventi direzione e verso dei versori fondamentali ?

La risposta risulta affermativa. Un qualsiasi vettore si può sempre pensare decomposto secondo due o più direzioni, ritenute privilegiate.

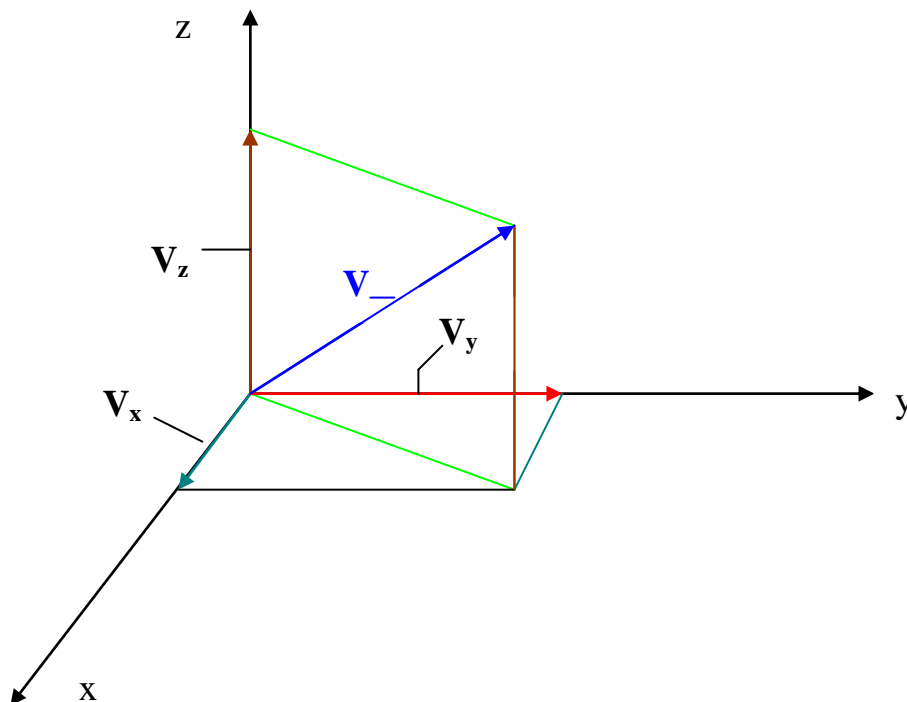
Come si può procedere alla decomposizione nel piano ?

Si segue il procedimento, grafico, descritto dal seguente esempio:
sia dato nel piano Oxy il vettore \mathbf{V} e lo si voglia decomporre nella somma di due vettori agenti secondo le due direzioni privilegiate dell'asse x e dell'asse y, di versori rispettivamente \mathbf{i} e \mathbf{j} .



In definitiva è proprio vero che: $\mathbf{V} = \mathbf{V}_x + \mathbf{V}_y = V_x \mathbf{i} + V_y \mathbf{j}$.

Nel caso spaziale si può dal grafico dedurre la seguente decomposizione:



Altresì nel caso spaziale risulta evidente che:

$\mathbf{V} = \mathbf{V}_x + \mathbf{V}_y + \mathbf{V}_z = V_x \mathbf{i} + V_y \mathbf{j} + V_z \mathbf{k}$, dove i vettori \mathbf{V}_x , \mathbf{V}_y e \mathbf{V}_z sono i tre vettori, diretti secondo gli assi cartesiani, la cui somma genera il vettore nello spazio \mathbf{V} .

MISURA e gli ERRORI

Partiamo dando la definizione di **misura**:
per misura si intende il rapporto fra una grandezza ed una grandezza ad essa omogenea assunta come campione. In questa definizione per grandezza omogenea si deve

intendere dello stesso tipo. Il campione, è dunque il valore di riferimento o il valore unitario della grandezza e la misura esprime un numero che ci dice quante volte il campione sta nella grandezza che stiamo misurando.

Dal punto di vista fisico **una misura**, per quanto efficaci siano gli strumenti, non è mai **certa**, ma **probabile**. In poche parole non abbiamo mai la certezza del valore misurato, in quanto si commettono, nell'atto della misura stessa degli **errori**.

Come abbiamo detto gli errori possono essere, principalmente, di due categorie:

errori sistematici , **errori accidentali** .

Quindi, sempre dal punto di vista fisico, una misura si esprime in modo corretto nella seguente forma:

$$(V_m \pm E_a) u,$$

dove **V_m** è il valore misurato con un opportuno strumento di misura, oppure, nel caso di una serie di rilevazioni **V_m** rappresenta il valore medio, (fra un attimo il concetto di valore medio verrà ulteriormente chiarito), ed **E_a** è l'errore assoluto, commesso nella misura. L'errore assoluto **E_a** può coincidere con la **sensibilità** dello strumento impiegato nella misura, (ricordiamo che per sensibilità di uno strumento intendiamo la minima misura da esso apprezzabile; ad esempio un nastro millimetrato, ha una sensibilità di 1 mm, poiché è la minima misura con esso rilevabile), mentre nel caso di una serie di misurazioni, l'errore assoluto si può determinare come differenza fra il massimo valore delle rilevazioni e il minimo valore delle stesse, diviso per due, (ciò spesso si dice **semioscillazione**).

ESEMPI:

Quando un sarto esegue il taglio di una stoffa per predisporre un vestito, non chiede la collaborazione di nessuno, la sua è un'unica misura, con un nastro millimetrato. Quale sarà la sensibilità della misura ? Sarà equivalente alla sensibilità del nastro, ossia il millimetro.

Supponiamo, ora di essere, in un laboratorio di misure, l'insegnante richiede a tre allievi di effettuare una misura di una certa resistenza R. I tre allievi effettuano la misura richiesta, ottenendo i seguenti tre valori, (espressi in Ω):

| | | |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|
| 17,10 Ω | 16,99 Ω | 17,08 Ω |
|----------------------------------|----------------------------------|----------------------------------|

Come si vede, pur impiegando lo stesso strumento, le tre misure sono leggermente diverse. Quale sarà la misura corretta ? oppure Quale delle misure effettuate posso scegliere ? Gli allievi suggeriscono, con plauso dell'insegnante, di considerare il valore medio. **Come si calcola il valore medio di una serie di misurazioni** ?

Si calcola effettuando la somma di tutte le misurazioni e dividendo il risultato per il numero delle misure effettuate.

Nel nostro caso la somma delle misure è equivalente a:

(17,11 + 16,99 + 17,08) Ω = 51,18 Ω , da cui dividendo per tre, essendo le misurazioni effettuate complessivamente, ottengo il valore medio cercato,
51,18 / 3 = 17,06 Ω .

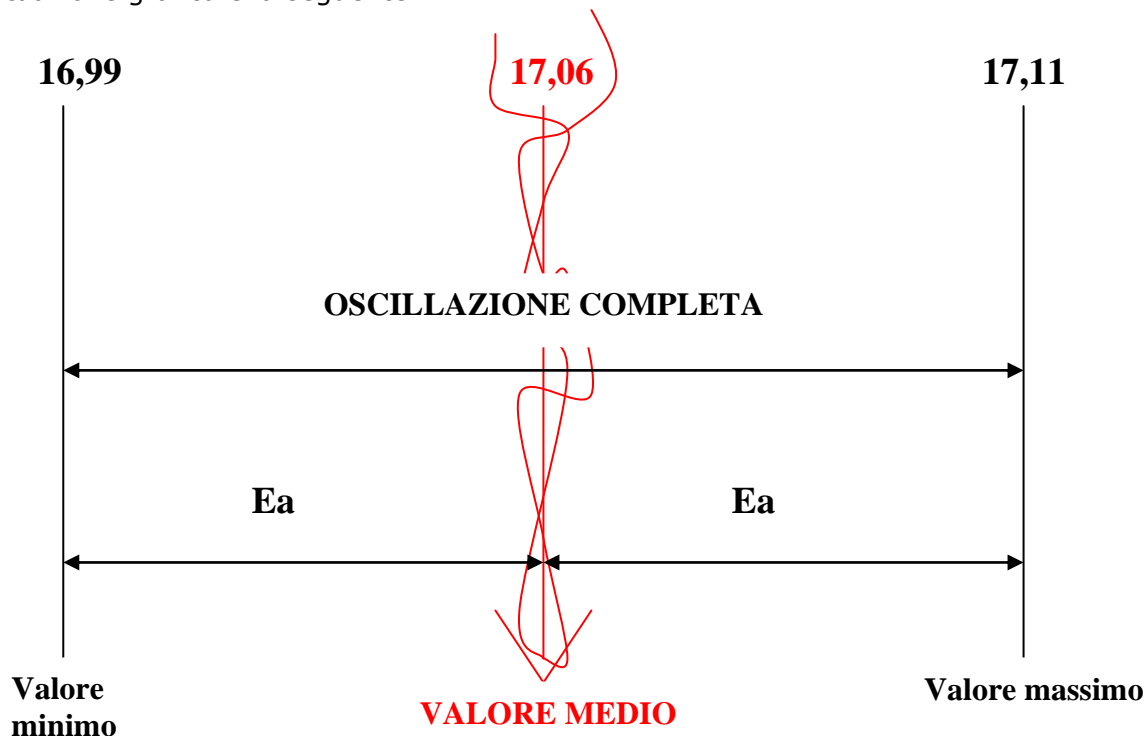
Qual è l'errore assoluto della misura effettuate dai tre studenti ?

L'errore assoluto commesso in questa misura si ottiene dalla relazione seguente:

$$(\text{Valore massimo della misura} - \text{Valore minimo della misura}) / 2,$$

dove nel nostro caso il valore massimo della misura è **17,11 Ω** e il valore minimo della stessa è **16,99 Ω** , da cui **(17,11 - 16,99) / 2 = 0,12 / 2 = 0,06**.

Dal punto di vista grafico, quale interpretazione possiamo effettuare ?
 La situazione grafica è la seguente:



L'errore assoluto E_a corrisponde, dal punto di vista grafico, con la **semioscillazione** attorno al **valore medio V_m** . Inoltre, l'intervallo compreso fra il valore massimo misurato ed il valore minimo misurato si dice **intervallo di confidenza**. In pratica è l'intervallo in cui sicuramente vi è il valore **vero** della misura.

Pertanto, il valore medio V_m risulta essere il valore più vicino a quello vero, (ecco perché la misura non è certa, ma probabile).

Infine, dal punto di vista fisico, il modo corretto di esprimere la misura stessa è la seguente:
(17,06 ± 0,06) Ω .

Concludendo potremo dire che il valore vero della resistenza R è compreso fra
17,06 - 0,06 ≤ valore vero ≤ 17,06 + 0,06,
 ossia **17,00 ≤ valore vero ≤ 17,12 Ω .**

C'è da osservare che accanto, all'errore assoluto, è necessario considerare sia l'errore relativo, E_r , che l'errore percentuale $E\%$.

L'errore relativo E_r si definisce come: $E_r = E_a / V_m$, mentre l'errore percentuale
 $E\% = 100 E_r = 100 E_a / V_m$.

Nel caso appena considerato, l'errore relativo nella misura della resistenza R è dato come:

$E_r = E_a / V_m = 0,06 / 17,06 = 0,0035$,
 mentre l'errore percentuale risulta eguale a
 $E\% = 100 E_r = 100 (0,0035) = 0,35 \%$.

MISURA DIRETTA E MISURA INDIRETTA

Per misura diretta si intende una misurazione ottenuta direttamente dallo strumento di misura, mentre una misura indiretta si desume applicando formule matematiche.

ESEMPIO: il perimetro di un banco posso ottenerlo direttamente, misurando tutti i lati, ossia partendo da un lato e ritornando al punto iniziale o di partenza,

OPPURE, si misura una coppia di lati e poi si moltiplica per 2, (questo è il metodo indiretto, poiché ho applicato una relazione matematica).

RIPERCUSSIONE DEGLI ERRORI IN UNA SOMMA, (o in una DIFFERENZA), IN UN PRODOTTO (o in una DIVISIONE)

Si supponga che una misura di un banco fornisca le seguenti misure:

lato a = (75,0 ± 0,1) cm e lato b = (50,6 ± 0,1) cm.

Quanto vale il perimetro di tale banco ?

Se dovessi applicare il metodo indiretto scriverei:

$$P = 2 ((75,0 + 50,6) \pm 2 (0,1)) = (251,2 \pm 0,4) \text{ cm.}$$

In questo caso gli errori assoluti si sommano, ossia nella valutazione del perimetro sommo gli errori assoluti commessi nella valutazione di ciascun lato.

Ciò si può vedere con questa semplice configurazione mentale.

Se ad esempio, impiegassi il metodo per la misura del perimetro P, per ciascuna misura commetterei l'errore assoluto corrispondente, (nel nostro caso commetterei per ogni lato un errore di 0,1 cm), questo implica che nella valutazione del perimetro commetto un errore assoluto di 0,4 cm. Per questa ragione scriverei:

$$P = 2 (75,0 + 50,6) \pm 2 (0,1 + 0,1) = 251,2 \pm 0,4 \text{ cm.}$$

Ne segue che nella valutazione del Perimetro l'errore relativo commesso è dato come: $Er_p = 0,4 / 251,2 = 0,00159$, da cui l'errore percentuale commesso è

$$E\% = 100 Er_p = 100 (0,00159) = 0,159 \text{ \%}.$$

Nel caso del **calcolo dell'AREA**, sempre dello stesso banco, **cosa avviene all'errore assoluto, relativo e percentuale? o meglio quanto vale l'errore assoluto commesso nel calcolo dell'area ? Di conseguenza quanto vale l'errore relativo e l'errore percentuale?**

Ricordiamo che i lati hanno il seguente valore:

lato a = (75,0 ± 0,1) cm

lato b = (50,6 ± 0,1) cm ed il perimetro ha valore **P = 251,2 ± 0,4 cm.**

Per rispondere ai quesiti posti è necessario valutare gli errori percentuali delle singole misure dei lati a e b.

Ne risulta allora:

E_a = 0,1 / 75,0 = 0,00133, da cui **E_a% = 100 (0,00133) = 0,133 %** e

E_b = 0,1 / 50,6 = 0,00198, da cui **E_b% = 100 (0,00198) = 0,198 %**.

Perché abbiamo calcolato gli errori percentuali?

Gli errori percentuali ci occorrono per determinare, proprio, l'errore assoluto commesso nel calcolo dell'area.

Il calcolo dell'AREA del banco equivale al prodotto dei lati, ossia:

$$A = \text{AREA banco} = \text{lato a} \cdot \text{lato b} = (75,0) \cdot (50,6) = 3.795 \text{ cm}^2.$$

Calcoliamo ora l'errore assoluto commesso sul calcolo dell'area. Per determinare tale errore è necessario partire dagli errori percentuali, commessi nel calcolo dei due lati, ossia **E_a% = 0,133 %** e **E_b% = 0,198 %**. Ne facciamo la SOMMA:

$$E\% = E_a\% + E_b\% = 0,133 \% + 0,198 \% = 0,331 \% = E_A\%.$$

In definitiva l'errore percentuale determinato è equivalente all'errore percentuale commesso nella determinazione dell'area, (indicato con E_A%).

Dobbiamo però risalire all'errore assoluto commesso nella stessa misura. Ricordando le definizioni precedenti siamo in grado di risalire ad E_a. Infatti, Noi sappiamo che:

$$E_A\% = 100 Er_A = 100 E_A / \text{Valore AREA}, \text{ da cui si ottiene ,}$$

$$E_A = (E_A\% \cdot \text{Valore AREA}) / 100.$$

Nel nostro caso risulterà **E_A = (0,331) \cdot (3.795) / 100 = 12,6 cm².**

In definitiva, si avrà che l'AREA del banco, dal punto di vista corretto ha la seguente forma:

$$A = (3.795,0 \pm 12,6) \text{ cm}^2.$$

In definitiva, il valore vero dell'AREA del banco risulterà compresa fra:

$$3.782,4 \leq (\text{Vera AREA banco}) \leq 3.807,6.$$