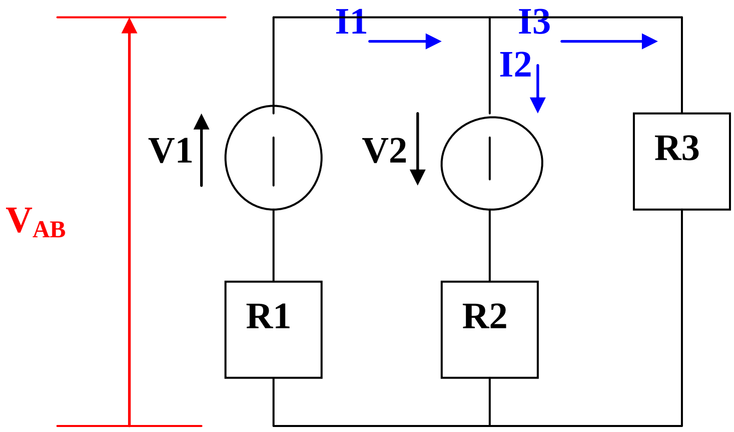
CONSIGLI PER LA RISOLUZIONE DEI CIRCUITI ELETTRICI

In questa lezione lo scopo è quello di mostrare che, con i principi e i teoremi proposti, si possono ottenere i risultati richiesti. Per mostrare l'efficacia di detti principi e dei detti teoremi il circuito in esame è lo stesso. Il circuito è lo stesso per evidenziare che i risultati ottenuti o con l'uno o con l'altro sono i medesimi.
Si risolva il seguente circuito, per mezzo del **teorema di Millmann**, **della Sovrapposizione**, **di Thevenin** e utilizzando i **Principi di Kirchoff**:



dove V1 = 120 V;
V2 = 80 V;
R1 = 12 Ω; R2 = 20 Ω;
R3 = 18 Ω.

METODO DI MILLMANN

Con il metodo si Millmann si può risalire al valore della tensione V_{AB} e poi calcolare le correnti **I1, I2 ed I3.**
Calcoliamo V_{AB}:
V_{AB} = (V1 / R1 – V2 / R2) / (1 / R1 + 1 / R2 + 1 / R3) =
= (120 / 12 + 80 / 20) / (1 / 12 + 1 / 20 + 1 / 18) =
= (10 – 6) / (0,083 + 0,05 + 0,055) = 4 / 0,188 = 31,765 Volt.
Con il calcolo di V_{AB} posso determinare le tre correnti del circuito proposto:

I3 = V_{AB} / R3 = 31,765 / 18 = 1,765 A;

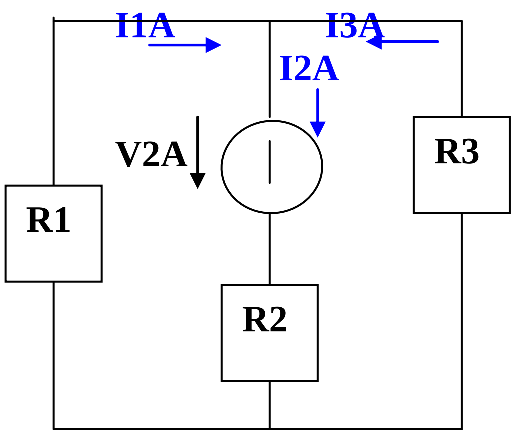
I2 = (V2 + V_{AB}) / R2 = (80 + 31,765) / 20 = 5,59 A circa;

I1 = (V1 - V_{AB}) / R2 = (120 - 31,765) / 12 = 88,235 / 12 = 7,35 A circa.

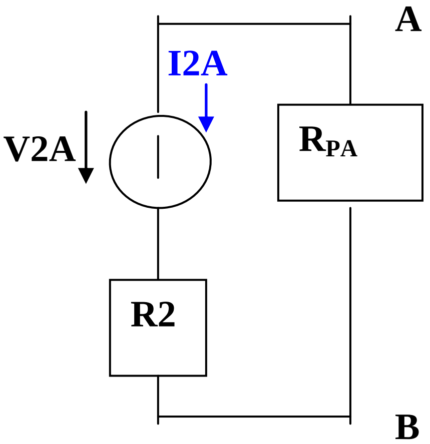
E' necessario ricordare quando Millmann non è applicabile.

Risolviamo, ora, lo stesso circuito con il **<u>Principio della Sovrapposizione</u>**.

Consideriamo il circuito A, ottenuto da quello iniziale disinserendo V1:



Consideriamo il parallelo di R1 ed R3:
$\mathbf{R_{PA}}$ = 12 . 18 / 30 = 216 / 30 = **7,2** Ω, da cui il circuito si può così vedere,



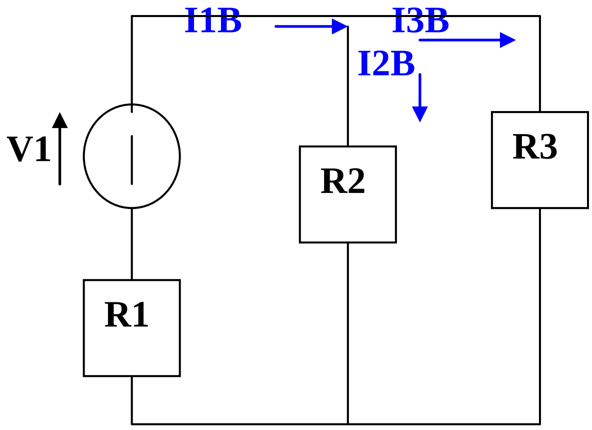
da cui si ricava la corrente **I2A**, attraverso la legge di Ohm come,
I2A = **V2A / ($\mathbf{R_{PA}}$ + R2) = 80 / (7,2 + 20) = 80 / 27,2 = 2,94 A circa.**
Per determinare le correnti **I1A** e **I3A** si deve determinare la caduta che la corrente **I2A** determina sulla resistenza $\mathbf{R_{PA}}$, da ciò si ha che:
$\mathbf{V_{AB}}$ = I2A $\mathbf{R_{PA}}$ = 2,94 . 7,2 = circa 21,17 Volt.

La conoscenza della $\mathbf{V_{AB}}$ ci consente di ricavare i valori delle correnti che circolano attraverso le resistenze R1 ed R2, ossia:

I1A = **$\mathbf{V_{AB}}$ / R1 = 21,17 / 12 = 1,764 A**

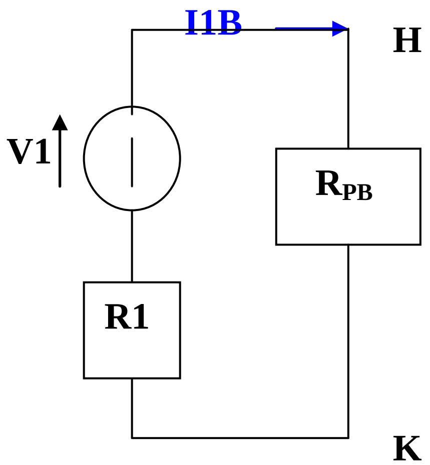
I3A = **$\mathbf{V_{AB}}$ / R3 = 21,17 / 18 = 1,176 A.**

Consideriamo, ora, il circuito B, ottenuto da quello iniziale disinserendo V2:



Ammetto in questo caso il parallelo fra le due resistenze R2 ed R3, ottenendo il circuito di figura:

R_{PB} = R2 . R3 / (R2 + R3) = 20 . 18 / (20 + 18) = 360 / 38 = 9,474 Ω



Da cui la corrente si ricava per mezzo della legge di Ohm, (constatando che le due resistenze **R_{PB}** e **R1** sono in serie),

I1B = V1 / (R_{PB} + R2) = 120 / (9,474 + 12) = 5,59 A circa.

Per ottenere le altre due correnti basta calcolare la caduta di tensione che la corrente **I1B** determina sulla resistenza **R_{PB}** ossia:

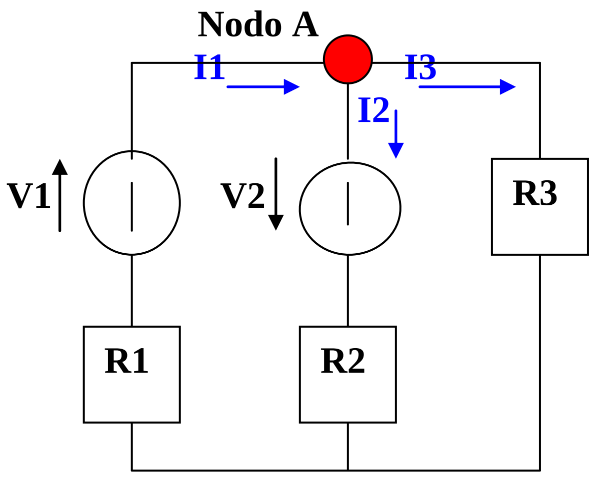
V_{HK} = R_{PB} I1B = 9,474 . 5,59 = circa 53 Volt.

In base a questo risultato posso calcolare anche le due correnti **I2B** e **I3B** come:

I2B = V_{HK} / R2 = 53 / 20 = 2,65 A;

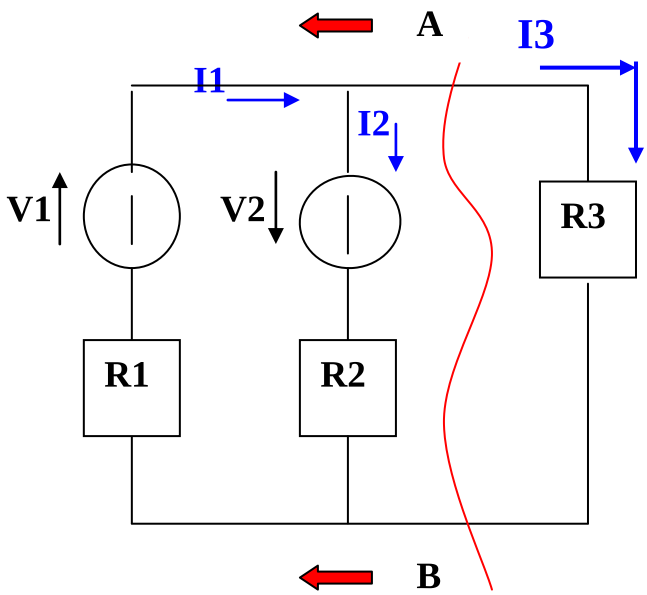
I3B = V_{HK} / R3 = 53 / 18 = 2,94 A.

A questo punto per ottenere le correnti effettivamente circolanti nel circuito originario devo applicare la sovrapposizione dei risultati ottenuti.
Per fare questo fissiamo l'attenzione su un Nodo del circuito originario, ammettendo la convenzione che le correnti entranti siano positive e quelle uscenti negative.



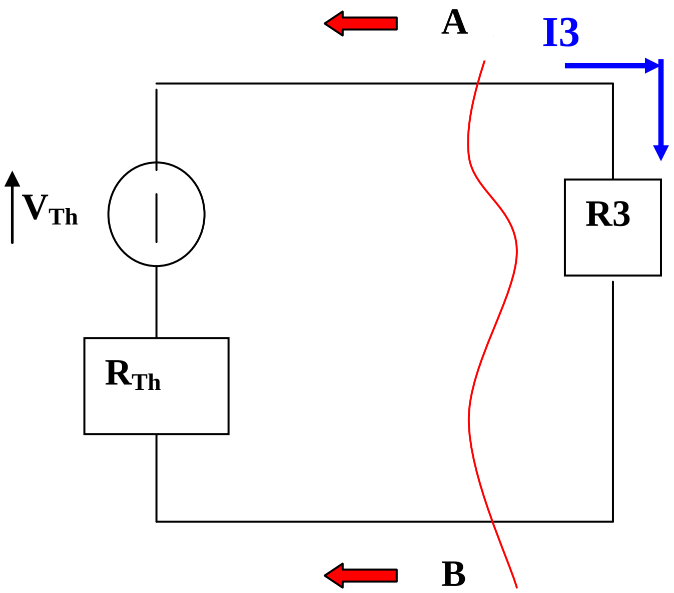
Dal circuito A	Dal circuito B	Correnti effettive nel circuito dato
I1A = 1,764 A	**I1B = 5,59 A**	**I1 = I1A + I1B = 1,764 + 5,59 = 7,35 A**
I2A = 2,940 A	**I2B = 2,65 A**	**I2 = I2A + I2B = 2,940 + 2,65 = 5,59 A**
I3A = 1,176 A	**I3B = 2,94 A**	**I3 = I3B - I3A= 2,94 – 1,176 = 1,764 A**

Sempre ammettendo lo stesso circuito, supponiamo di dovere ricavare il solo valore della corrente passante attraverso la resistenza R3. Per comodità metto in evidenza il circuito originale:



dove V1 = 120 V;
V2 = 80 V;
R1 = 12 Ω; R2 = 20 Ω;
R3 = 18 Ω.

La riga fra **A** e **B** consente di attuare quanto afferma il teorema di Thevenin, in altri termini la parte a sinistra, indicate dalle frecce, può essere sostituita da un circuito più semplice. Il circuito sopra detto è caratterizzato da un generatore di tensione detto di Thevenin e da una resistenza detta resistenza di Thevenin.
In altri termini il circuito si deve presentare nel modo seguente:



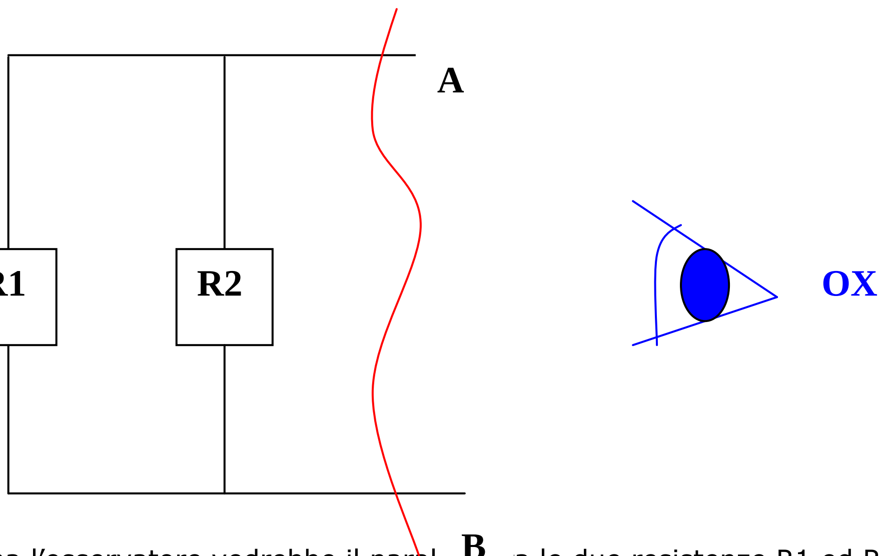
Se si riesce a determinare il generatore di tensione di Thevenin e la resistenza di Thevenin risulta possibile calcolare immediatamente la corrente **I3** richiesta; infatti si avrebbe per la legge di Ohm: **I3** = $\mathbf{V_{Th}}$ / (**R3 +** $\mathbf{R_{Th}}$).

<u>La domanda è come faccio a calcolare la resistenza $\mathbf{R_{Th}}$ ed il valore della tensione $\mathbf{V_{Th}}$ prodotta dal generatore di Thevenin</u> ?

La risposta applicando queste semplici considerazioni:

per determinare la resistenza di Thevenin è necessario disinserire tutti i generatori e verificare poi, come le resistenze risultano collegate fra loro;

per determinare la tensione prodotta dal generatore di tensione di Thevenin è necessario calcolare proprio la tensione a vuoto fra i punti **A** e **B** del circuito, ossia ammettendo che il circuito di partenza non abbia collegamento con la resistenza R3, che funge da carico per il circuito stesso. Vediamo il procedimento dal punto di vista pratico:

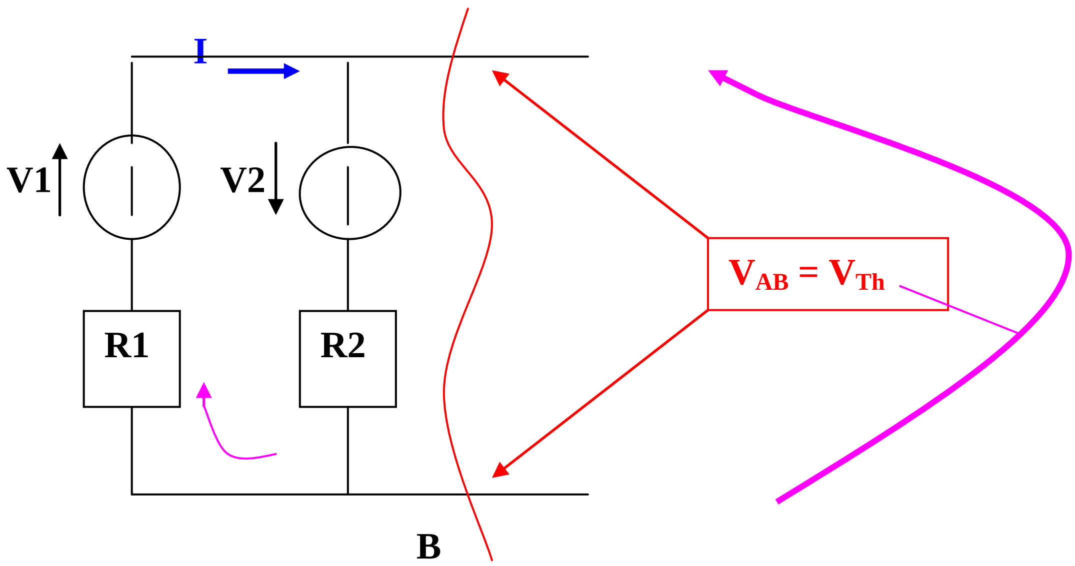


Come mostra lo schema l'osservatore vedrebbe il paral[illegible]a le due resistenze R1 ed R2. Il calcolo della resistenza equivalente al parallelo indicato rappresenta proprio la $\mathbf{R_{Th}}$.

In definitiva sarà: $\mathbf{R_{Th} = R1\ R2\ /\ (R1 + R2) = 12 \cdot 20\ /\ 32 = 240\ /\ 32 = 7{,}5\ \Omega}$ **.**

Mentre per il calcolo della tensione prodotta dal generatore di Thevenin posso considerare due possibilità.

<u>PRIMO MODO</u>



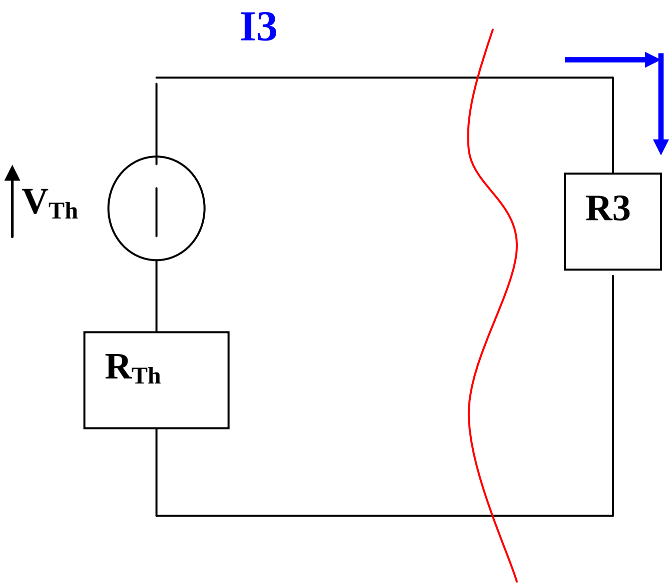
Posso applicare il secondo principio di Kirchoff alla **monomaglia** rappresentata superiormente, ammettendo che: la somma delle tensioni prodotte dai due generatori deve uguagliare le cadute di tensioni prodotte dalla corrente **I** sulle resistenze R1 ed R2. Nel nostro caso sarà allora: **V1 + V2 = (R1 + R2) I,** ossia

I = (V1 + V2) / (R1 + R2) = (120 + 80) / (12 + 20) = 200 / 32 = 6,25 A.

Con questo risultato osservando i Nodi **A** e **B** si deduce che:

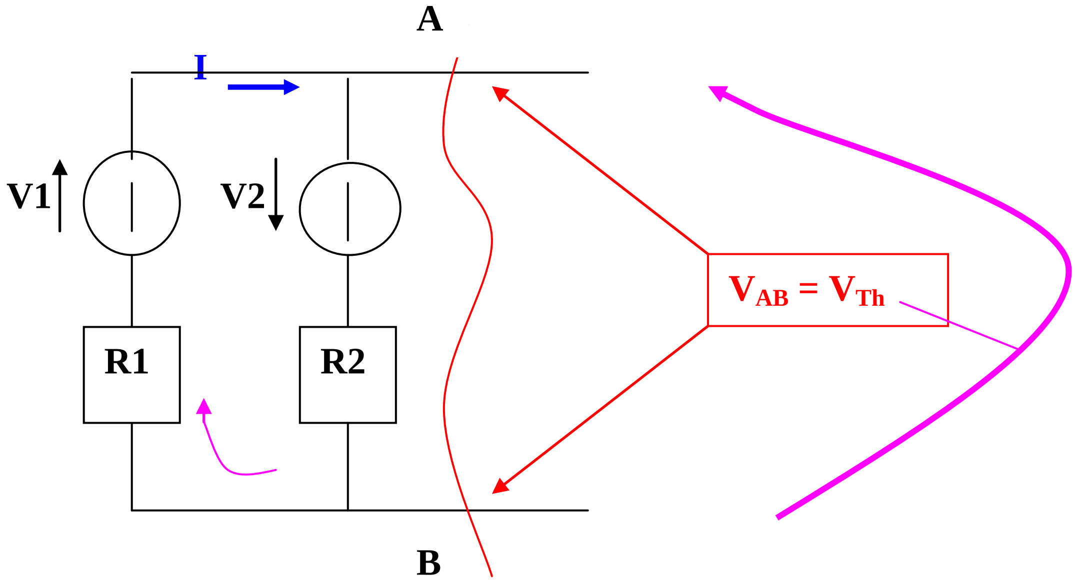
V_{AB} = V2 – R2 I = 80 – 20 (6,25) = 80 – 125 = - 45 Volt, ossia la tensione è diretta in modo opposto a quella del generatore V2, (vedasi il grafico superiore).

E' evidente che la corrente che circola nel ramo in cui è inserita la resistenza R3 è ottenuta come:



$$I = V_{Th} / (R_{Th} + R3) =$$
$$= 45 / (7,5 + 18) =$$
$$= 45 / 25,5 = 1,764 \text{ A.}$$

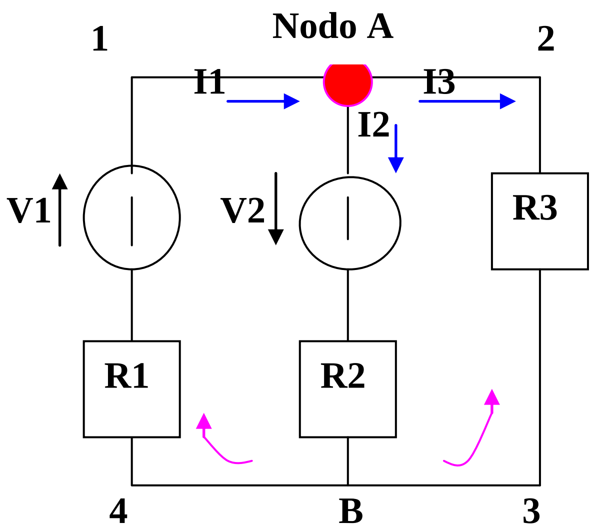
<u>SECONDO MODO</u>
Il secondo modo è semplicemente l'applicazione del Teorema di Millmann, che si è visto precedentemente, ma che qui ripeto.



Posso col teorema di Millmann determinare la Tensione a Vuoto $\mathbf{V_{AB}}$, che per Noi altro non è che la tensione prodotta dal generatore di Thevenin.
In questo caso la tensione $\mathbf{V_{AB}}$ è data come, per il teorema di Millmann:

$\mathbf{V_{AB}}$ = (V1 / R1 – V2 / R2) / (1 / R1 + 1 / R2) =
= (120 / 12 – 80 / 20) / (0,0833 + 0,05) = (10 – 4) / 0, 1333 = 6 / 0,1333 = **45 V.**

Infine esaminiamo l'applicazione dei Principi di Kirchoff che consentono di ottenere, direttamente, tutte le correnti incognite. Sia ammesso lo stesso circuito elettrico e si vogliano determinare tutte le correnti in esso circolanti.



Dal nodo A si desume che: **I1 = I2 + I3**,

considerando la maglia **A 2 3 B A** si ottiene,
V2 = R2 I2 – R3 I3,

considerando infine la maglia **1 A 2 3 B 4 1** si ricava,

$$V1 = R1\ I1 + R3\ I3.$$

In definitiva il sistema risulta costituito dalle seguenti tre equazioni:

$$\begin{cases} I1 = I2 + I3, \\ 80 = 20\ I2 - 18\ I3, \\ 120 = 12\ I1 + 18\ I3 \end{cases}$$

da cui si ricava,

I1 = I2 + I3,
20 I2 = 80 + 18 I3
12 I1 = 120 − 18 I3.

Con semplici passaggi si ricava:
I1 = I2 + I3,
I2 = 4 + 0,9 I3
I1 = 10 − 1,5 I3.

I valori trovati di **I1** ed **I2** introdotte nell'equazione del nodo **A** consentono di ricavare il valore di **I3**:
10 − 1,5 I3 = 4 + 0,9 I3 + I3 , da cui ne segue **3,4 I3 = 6**, ossia **I3 = 6 / 3,4 = 1,764 A**.

I2 = 4 + 0,9 I3 = 4 + 0,9 (1,764) = 5,59 A ed infine si ottiene,

I1 = 10 − 1,5 I3 = 10 − 1,5 (1,764) = 7,35 A.